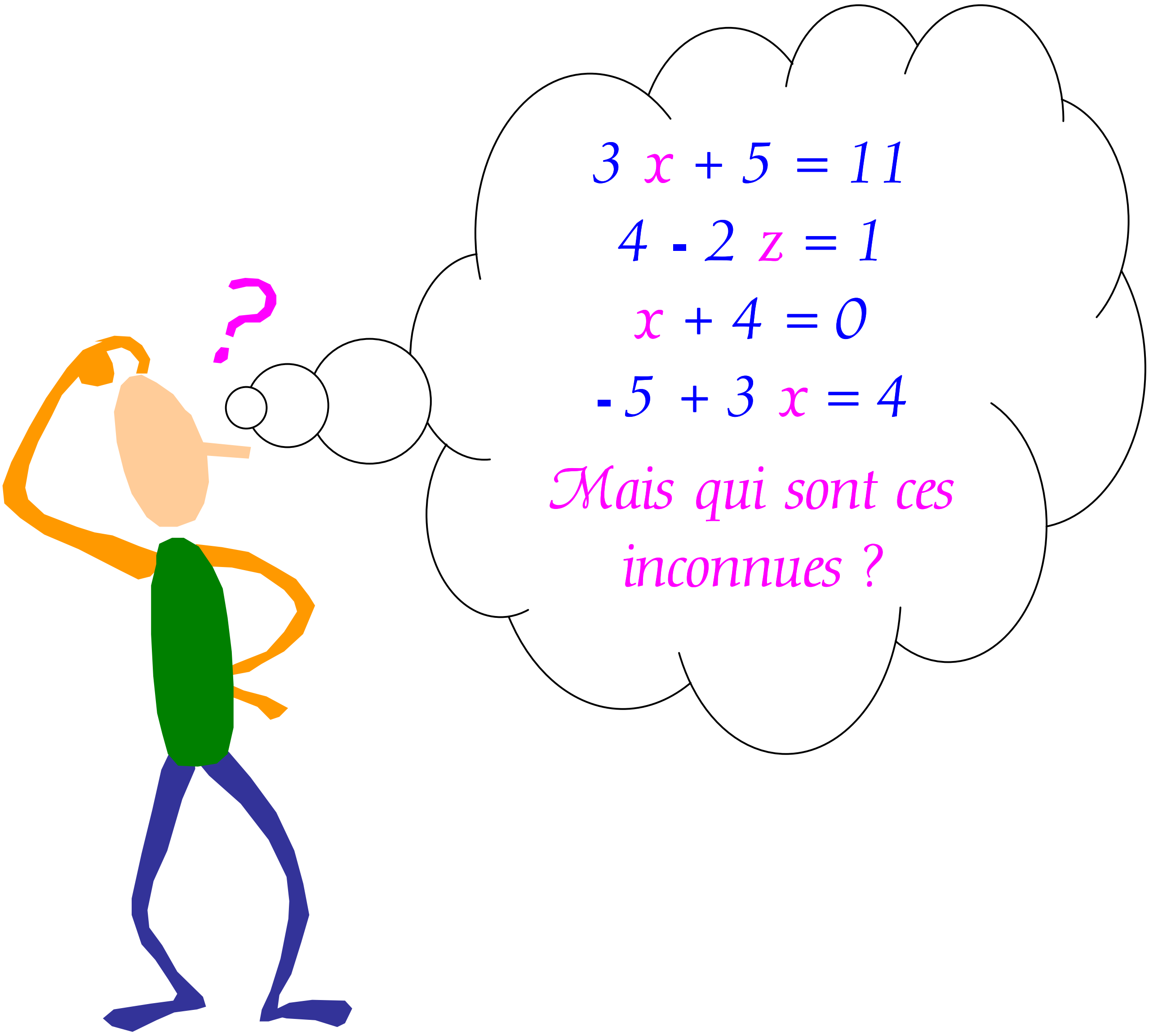
ÉQUATIONS

RÉSOLUTION D'ÉQUATIONS DU 1$^{\text{ER}}$ DEGRÉ À UNE INCONNUE



Dossier n°1
Juin 2005

Conçu et réalisé par :
Marie-Christine LIEFOOGHE
Bruno VANBAELINGHEM
Annie VANDERSTRAELE

C. D. R. AGRIMEDIA	ÉQUATIONS Résolution d'équations du 1^{er} degré à une inconnue	Apprentissage

Objectifs :

- Découverte de la notion d'équation
- Résolution d'une équation du premier degré à une inconnue

Contenu :

- Présentation des équations
- Rappel des propriétés des égalités
- Application à la résolution des équations
- Exercices avec corrections

Pré-requis : (voir dossiers correspondants)

- Calculs avec les nombres relatifs
- Calculs avec des fractions
- Priorités opératoires
- Expressions littérales

NOTION D'ÉQUATION

Chapitre 1

Introduisons la notion **d'équation** à une **inconnue** par les exemples suivants.

Pour chacun des énoncés suivants, entourez la réponse exacte :

	Énoncés	Réponses			
		A	B	C	D
1	Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $3 + \ldots = 5$	0	3	-1	2
2	Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $7{,}5 - \ldots = 4$	7	2,5	3,5	4
3	Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $5 \times \ldots = 30$	5	6	35	25
4	Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $2 \times \ldots + 12 = 30$	9	18	30	3
5	Je pense à un nombre appelé n. Je lui ajoute 99 et je trouve 109. J'écris l'égalité suivante : $n + 99 = 109$ Quel est ce nombre n ?	100	10	-10	208
6	Je divise 63 par un nombre et je trouve 7. $63 \div \ldots = 7$ Quel est ce nombre ?	56	70	441	9
7	Quel est le nombre qui, multiplié par 3, donne 21 ?	63	24	18	7

Voir réponses page suivante

RÉPONSES

Pour chacun des énoncés suivants, entourez la réponse exacte :

	Énoncés	Réponses A	Réponses B	Réponses C	Réponses D
1	Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $3 + \dots = 5$	0	3	-1	2
		car $3 + 2 = 5$			
2	Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $7{,}5 - \dots = 4$	7	2,5	3,5	4
		car $7{,}5 - 3{,}5 = 4$			
3	Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $5 \times \dots = 30$	5	6	35	25
		car $5 \times 6 = 30$			
4	Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $2 \times \dots + 12 = 30$	9	18	30	3
		car $2 \times 9 + 12 = 30$			
5	Je pense à un nombre appelé n. Je lui ajoute 99 et je trouve 109. Cela correspond à l'égalité suivante : $n + 99 = 109$ Quel est ce nombre n ?	100	10	-10	208
		car $10 + 99 = 109$			
6	Je divise 63 par un nombre et je trouve 7. $63 \div \dots = 7$ Quel est ce nombre ?	56	70	441	9
		car $63 \div 9 = 7$			
7	Quel est le nombre qui, multiplié par 3, donne 21 ?	63	24	18	7
		car $3 \times 7 = 21$			

L'énoncé 1 s'écrit : $3 + x = 5$ où x représente le **nombre recherché**.

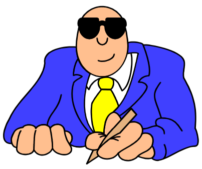
Cette écriture s'appelle une **équation** et la lettre x s'appelle l'**inconnue**.

Reprenons les énoncés précédents et écrivons les équations correspondantes :

	Énoncés	Équations correspondantes
1	Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $3 + \dots = 5$	$3 + x = 5$
2	Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $7{,}5 - \dots = 4$	$7{,}5 - x = 4$
3	Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $5 \times \dots = 30$	$5 \times x = 30$
4	Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $2 \times \dots + 12 = 30$	$2 \times x + 12 = 30$
6	Je divise 63 par un nombre et je trouve 7. $63 \div \dots = 7$ Quel est ce nombre ?	$63 \div x = 7$
7	Quel est le nombre qui, multiplié par 3, donne 21 ?	$3 \times x = 21$

<u>Remarque</u> : dans l'énoncé n°5, l'inconnue était représentée par la lettre n et l'équation correspondante était déjà donnée : $n + 99 = 109$

Maintenant à vous !



Énoncés	Équations correspondantes	Réponses
Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $12 + \dots = 15$		
Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $6 - \dots = 4{,}5$		
Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $9 \times \dots = 36$		
Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $5 \times \dots + 7 = 27$		
Je divise 56 par un nombre et je trouve 7. Quel est ce nombre ?		
Quel est le nombre qui, multiplié par 6, donne 6 ?		
Quel est le nombre qui, divisé par 4, donne 8 ?		

<u>Voir réponses page suivante</u>

RÉPONSES

Énoncés	Équations correspondantes	Réponses
Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $12 + \dots = 15$	$12 + x = 15$	3
Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $6 - \dots = 4{,}5$	$6 - x = 4{,}5$	$1{,}5$
Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $9 \times \dots = 36$	$9 \times x = 36$	4
Quel est le nombre qui complète l'égalité ? $5 \times \dots + 7 = 27$	$5 \times x + 7 = 27$	4
Je divise 56 par un nombre et je trouve 7. Quel est ce nombre ?	$56 \div x = 7$	8
Quel est le nombre qui, multiplié par 6, donne 6 ?	$x \times 6 = 6$	1
Quel est le nombre qui, divisé par 4, donne 8 ?	$x \div 4 = 8$	32

INTERPRÉTATION

L'équation $12 + x = 15$ admet pour réponse le nombre 3

Vérification : on remplace x par la valeur trouvée $12 + 3 = 15$

L'égalité est vérifiée, on peut donc dire que :

la **SOLUTION** de l'équation $12 + x = 15$ est $x = 3$

De même, on dira :

l'équation $6 - x = 4{,}5$ admet pour **solution** $x = 1{,}5$ car $6 - 1{,}5 = 4{,}5$

l'équation $9 \times x = 36$ admet pour **solution** $x = 4$ car $9 \times 4 = 36$

l'équation $5 \times x + 7 = 27$ admet pour **solution** $x = 4$ car $5 \times 4 + 7 = 27$

l'équation $56 \div x = 7$ admet pour **solution** $x = 8$ car $56 \div 8 = 7$

l'équation $x \times 6 = 6$ admet pour **solution** $x = 1$ car $1 \times 6 = 6$

l'équation $x \div 4 = 8$ admet pour **solution** $x = 32$ car $32 \div 4 = 8$

Très bien !

Passons à la suite !!

EXERCICE

Reliez chacune des équations suivantes à sa solution comme dans l'exemple.

Équations	Solutions
$5 + x = 44$	5
$5 \times x = 40$	9
$7 + x = 12$	8
$x - 8 = 12$	39
$x \times 3 = 27$	20
$x \div 2 = 100$	1
$6 \times x + 3 = 9$	8
$14 \times x = 0$	8
$13 - x = 5$	25
$x - 13 = 5$	0
$25 \div x = 1$	9
$6 + x = 6$	9
$3 \times x = 27$	0
$27 \div x = 3$	200
$x - 8 = 0$	18

Voir réponses page suivante

RÉPONSES

Reliez chacune des équations suivantes à sa solution.

Équations	Solutions
$5 + x = 44$	5
$5 \times x = 40$	9
$7 + x = 12$	8
$x - 8 = 12$	39
$x \times 3 = 27$	20
$x \div 2 = 100$	1
$6 \times x + 3 = 9$	8
$14 \times x = 0$	8
$13 - x = 5$	25
$x - 13 = 5$	0
$25 \div x = 1$	9
$6 + x = 6$	9
$3 \times x = 27$	0
$27 \div x = 3$	200
$x - 8 = 0$	18

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION

Dans le chapitre précédent, nous avons **recherché les solutions** des équations proposées, on dit que nous avons **RÉSOLU** ces équations.

Résoudre une équation à une inconnue, c'est donc rechercher toutes les valeurs que l'on peut donner à cette inconnue pour que l'égalité soit vérifiée.

Voyons maintenant les règles mathématiques permettant de résoudre ces équations.

I - PROPRIÉTÉS DES ÉGALITÉS

1ère propriété :

Soit l'égalité suivante : $12 - 3 = 9$

Ajoutons la même valeur (**3**) aux deux membres de l'égalité : $12 \underbrace{- 3 + \mathbf{3}}_{0} = 9 + \mathbf{3}$

Nous obtenons une nouvelle égalité : $12 = 9 + \mathbf{3}$

L'égalité $12 - \mathbf{3} = 9$ est devenue $12 = 9 + \mathbf{3}$

Cela équivaut à déplacer le « **3** » de l'autre côté du signe =

$$12 - 3 = 9$$

Lors de ce déplacement,

l'opération **SOUSTRACTION (-)**
devient **ADDITION (+)**

$$12 = 9 + 3$$

De même

L'égalité $2 + \mathbf{5} = 7$ devient $2 = 7 - \mathbf{5}$

En effet, cela équivaut à déplacer le « **5** » de l'autre côté du signe =

$$2 + 5 = 7$$

et lors de ce déplacement,

l'opération **ADDITION (+)**
devient **SOUSTRACTION (-)**

$$2 = 7 - 5$$

2ème propriété :

Soit l'égalité suivante : $4 \times 2 = 8$

Divisons les deux membres de l'égalité par la même valeur (**2**) : $4 \underbrace{\times 2 \div \mathbf{2}}_{1} = 8 \div \mathbf{2}$

Nous obtenons une nouvelle égalité : $4 = 8 \div \mathbf{2}$

L'égalité $4 \times 2 = 8$ est devenue $4 = 8 \div 2$

Cela équivaut à déplacer le « **2** » de l'autre côté du signe =

$$4 \times 2 = 8$$

$$4 = 8 \div 2$$

Lors de ce déplacement,

l'opération **MULTIPLICATION (x)**

devient **DIVISION (÷)**

De même

L'égalité $18 \div 3 = 6$ devient $18 = 6 \times 3$

En effet, cela équivaut à déplacer le « **3** » de l'autre côté du signe =

$$18 \div 3 = 6$$

$$18 = 6 \times 3$$

et lors de ce déplacement,

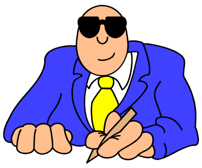
l'opération **DIVISION (÷)**

devient **MULTIPLICATION (x)**

Résumons toutes ces propriétés par les schémas suivants :

… - … = …	… + … = …	… x … = …	… ÷ … = …
… = … + …	… = … - …	… = … ÷ …	… = … x …

Maintenant à vous !



En utilisant les propriétés précédentes, transformez les égalités suivantes :

L'égalité	25 + 8 = 33	devient	
L'égalité	12 x 4 = 48	devient	
L'égalité	42 ÷ 7 = 6	devient	
L'égalité	150 ÷ 5 = 30	devient	
L'égalité	28 - 8 = 20	devient	
L'égalité	320 + 53 = 373	devient	
L'égalité	1 112 - 100 = 1 012	devient	
L'égalité	95,8 + 3,7 = 99,5	devient	
L'égalité	4 x 7 = 28	devient	
L'égalité	1 250 ÷ 25 = 50	devient	
L'égalité	100 = 20 x 5	devient	
L'égalité	13 = 8 + 5	devient	
L'égalité	22,4 = 7 x 3,2	devient	

Voir réponses page suivante

RÉPONSES

En utilisant les propriétés précédentes, transformez les égalités suivantes :

L'égalité	25 **+ 8** = 33	devient	25 = 33 **- 8**
L'égalité	12 **x 4** = 48	devient	12 = 48 **÷ 4**
L'égalité	42 **÷ 7** = 6	devient	42 = 6 **x 7**
L'égalité	150 **÷ 5** = 30	devient	150 = 30 **x 5**
L'égalité	28 **- 8** = 20	devient	28 = 20 **+ 8**
L'égalité	320 **+ 53** = 373	devient	320 = 373 **- 53**
L'égalité	1 112 **- 100** = 1 012	devient	1 112 = 1 012 **+ 100**
L'égalité	95,8 **+ 3,7** = 99,5	devient	95,8 = 99,5 **- 3,7**
L'égalité	**4 x** 7 = 28	devient	7 = 28 **÷ 4**
L'égalité	1 250 **÷ 25** = 50	devient	1 250 = 50 **x 25**
L'égalité	100 = **20 x** 5	devient	100 **÷ 20** = 5
L'égalité	13 = 8 **+ 5**	devient	13 **- 5** = 8
L'égalité	22,4 = 7 **x 3,2**	devient	22,4 **÷ 3,2** = 7

Remarque : Il faut toujours vérifier que ces égalités sont vraies

Très bien !

Passons à la suite !!

II - RÉSOLUTION D'ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ A UNE INCONNUE

Exemple 1 :

Résoudre l'équation suivante : $x + 6{,}2 = 13{,}5$

Appliquons la propriété n°1, vue précédemment : $x = 13{,}5 - 6{,}2$

D'où : $x = 7{,}3$

Vérification : $\mathbf{7{,}3} + 6{,}2 = 13{,}5$

L'égalité est vérifiée, on peut donc écrire :

> L'équation $x + 6{,}2 = 13{,}5$ admet pour **solution** $x = \mathbf{7{,}3}$

Exemple 2 :

Résoudre l'équation suivante : $4x = 53{,}6$

Rappel : *$4x$ correspond à $4 \times x$*

Appliquons la propriété n°2, vue précédemment : $x = 53{,}6 \div 4$

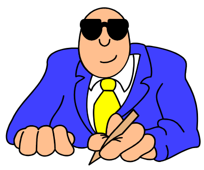
D'où : $x = 13{,}4$

Vérification : $4 \times \mathbf{13{,}4} = 53{,}6$

L'égalité est vérifiée, on peut donc écrire :

> L'équation $4x = 53{,}6$ admet pour **solution** $x = \mathbf{13{,}4}$

Maintenant à vous !



Résoudre les équations suivantes :

Equations	Application des propriétés	Solutions	Vérifications
$x - 28{,}4 = 59$			
$x + 12{,}7 = 20{,}15$			
$39{,}3 + x = 43{,}7$			
$13{,}3\,x = 39{,}9$			
$x \div 7{,}5 = 30$			
$7\,x = 64{,}4$			

Voir réponses page suivante

RÉPONSES

Résoudre les équations suivantes :

Equations	Application des propriétés	Solutions	Vérifications
$x - 28{,}4 = 59$	$x = 59 + 28{,}4$	$x = 87{,}4$	**87,4** - 28,4 = 59
$x + 12{,}7 = 20{,}15$	$x = 20{,}15 - 12{,}7$	$x = 7{,}45$	**7,45** + 12,7 = 20,15
$39{,}3 + x = 43{,}7$	$x = 43{,}7 - 39{,}3$	$x = 4{,}4$	39,3 + **4,4** = 43,7
$13{,}3\,x = 39{,}9$	$x = 39{,}9 \div 13{,}3$	$x = 3$	13,3 x **3** = 39,9
$x \div 7{,}5 = 30$	$x = 30 \times 7{,}5$	$x = 225$	**225** ÷ 7,5 = 30
$7\,x = 64{,}4$	$x = 64{,}4 \div 7$	$x = 9{,}2$	7 x **9,2** = 64,4

Très bien !

Passons à la suite !!

Exemple 3 :

Résoudre l'équation suivante : $4\,x + 7 = 21$

Appliquons la propriété n°1, vue précédemment : $4\,x = 21 - 7$

D'où : $4\,x = 14$

Appliquons la propriété n°2, vue précédemment : $x = 14 \div 4$

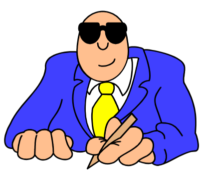
D'où : $x = 3{,}5$

Vérification : *4 x* ***3,5*** *+ 7 = 21*

L'égalité est vérifiée, on peut donc écrire :

L'équation $4\,x + 7 = 21$ admet pour **solution** x **= 3,5**

Maintenant à vous !



EXERCICE

Résoudre les équations suivantes :

Equations	Application des propriétés	Solutions	Vérifications
$5x - 12 = 8$			
$3x + 22 = 26$			
$39{,}3 + 2x = 129{,}3$			
$7x - 2 = 1{,}5$			
$50 + 2x = 36$			
$7x - 3{,}9 = 69{,}6$			

Voir réponses page suivante

RÉPONSES

Résoudre les équations suivantes :

Équations	Application des propriétés	**Solutions**	Vérifications (*On remplace x par la valeur trouvée*)
$5x - 12 = 8$	$5x = 8 + 12$ $5x = 20$ $x = 20 \div 5$	**$x = 4$**	$5 \times \mathbf{4} - 12 = ?$ $20 - 12 = 8$
$3x + 22 = 26$	$3x = 26 - 22$ $3x = 4$ $x = 4 \div 3$	**$x = \frac{4}{3}$** **ou** **$x \simeq 1{,}33$**	$3 \times \frac{4}{3} + 22 = ?$ $4 + 22 = 26$
$39{,}3 + 2x = 129{,}3$	$2x = 129{,}3 - 39{,}3$ $2x = 90$ $x = 90 \div 2$	**$x = 45$**	$39{,}3 + 2 \times \mathbf{45} = ?$ $39{,}3 + 90 = 129{,}3$
$7x - 2 = 1{,}5$	$7x = 1{,}5 + 2$ $7x = 3{,}5$ $x = 3{,}5 \div 7$	**$x = 0{,}5$**	$7 \times \mathbf{0{,}5} - 2 = ?$ $3{,}5 - 2 = 1{,}5$
$50 + 2x = 36$	$2x = 36 - 50$ $2x = -14$ $x = -14 \div 2$	**$x = -7$**	$50 + 2 \times \mathbf{-7} = ?$ $50 - 14 = 36$
$7x - 3{,}9 = 69{,}6$	$7x = 69{,}6 + 3{,}9$ $7x = 73{,}5$ $x = 73{,}5 \div 7$	**$x = 10{,}5$**	$7 \times \mathbf{10{,}5} - 3{,}9 = ?$ $73{,}5 - 3{,}9 = 69{,}6$

Très bien !

Passons à la suite !!

Exemple 4 :

Résoudre l'équation suivante : $13x + 2 = 65 + 4x$

Appliquons la propriété n°1, vue précédemment en regroupant les termes en « x » d'un côté du signe « = » et les nombres de l'autre côté.

$$13x - 4x = 65 - 2$$

D'où : $9x = 63$

Appliquons la propriété n°2, vue précédemment : $x = 63 \div 9$

D'où : $x = \mathbf{7}$

Vérification :

$13x + 2$	$65 + 4x$
$= 13 \times \mathbf{7} + 2$	$= 65 + 4 \times \mathbf{7}$
$= 91 + 2$	$= 65 + 28$
$= \mathbf{93}$	$= \mathbf{93}$

L'équation « $13x + 2 = 65 + 4x$ » est vérifiée, on peut donc écrire :

L'équation $13x + 2 = 65 + 4x$ admet pour **solution** $x = \mathbf{7}$

Exemple 5 :

Résoudre l'équation suivante : $8 - 4x = 24 - 2x$

Appliquons la propriété n°1, vue précédemment en regroupant les termes en « x » d'un côté du signe « = » et les nombres de l'autre côté.

$$-4x + 2x = 24 - 8$$

D'où : $-2x = 16$

Appliquons la propriété n°2, vue précédemment : $x = \dfrac{16}{-2}$

D'où : $x = \mathbf{-8}$

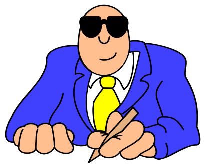
Vérification :

$8 - 4x$	$24 - 2x$
$= 8 - (4 \times \mathbf{-8})$	$= 24 - (2 \times \mathbf{-8})$
$= 8 + 32$	$= 24 + 16$
$= 40$	$= 40$

L'équation « $8 - 4x = 24 - 2x$ » est vérifiée, on peut donc écrire :

L'équation $8 - 4x = 24 - 2x$ admet pour **solution** $x = \mathbf{-8}$

Maintenant à vous !



EXERCICE

Résoudre les équations suivantes :

Equations	Application des propriétés	Solutions	Vérifications
$5x - 9 = 3x + 4$			
$3x + 22 = x - 26$			
$11{,}3 - 2x = 12{,}8 + x$			
$23 - 7x = 42x - 107$			
$6x + 3 = 8x - 7$			
$3x + 5 = 8x - 4$			

Voir réponses page suivante

RÉPONSES

Equations	Application des propriétés	Solutions	Vérifications	
$5x - 9 = 3x + 4$	$5x - 3x = 4 + 9$ $2x = 13$ $x = 13 \div 2$	$x = \frac{13}{2}$ **ou** $x = 6,5$	$5x - 9$ $= 5 \times \frac{13}{2} - 9$ $= \frac{65}{2} - 9$ $= \frac{65}{2} - \frac{18}{2}$ $= \frac{47}{2}$	$3x + 4$ $= 3 \times \frac{13}{2} + 4$ $= \frac{39}{2} + 4$ $= \frac{39}{2} + \frac{8}{2}$ $= \frac{47}{2}$
$3x + 22 = x - 26$	$3x - x = -26 - 22$ $2x = -48$ $x = -48 \div 2$	$x = -24$	$3x + 22$ $= 3 \times -24 + 22$ $= -72 + 22$ $= -50$	$x - 26$ $= -24 - 26$ $= -50$
$11,3 - 2x = 12,8 + x$	$-2x - x = 12,8 - 11,3$ $-3x = 1,5$ $x = 1,5 \div -3$	$x = -0,5$	$11,3 - 2x$ $= 11,3 - 2 \times -0,5$ $= 11,3 + 1$ $= 12,3$	$12,8 + x$ $= 12,8 - 0,5$ $= 12,3$
$23 - 7x = 42x - 107$	$-7x - 42x = -107 - 23$ $-49x = -130$ $x = -130 \div -49$	$x = \frac{130}{49}$ **ou** $x \simeq 2,65$	$23 - 7x$ $= 23 - 7 \times \frac{130}{49}$ $= 23 - \frac{910}{49}$ $= \frac{1\,127}{49} - \frac{910}{49}$ $= \frac{217}{49}$	$42x - 107$ $= 42 \times \frac{130}{49} - 107$ $= \frac{5\,460}{49} - 107$ $= \frac{5\,460}{49} - \frac{5\,243}{49}$ $= \frac{217}{49}$
$6x + 3 = 8x - 7$	$6x - 8x = -7 - 3$ $-2x = -10$ $x = -10 \div -2$	$x = 5$	$6x + 3$ $= 6 \times 5 + 3$ $= 30 + 3$ $= 33$	$8x - 7$ $= 8 \times 5 - 7$ $= 40 - 7$ $= 33$
$3x + 5 = 8x - 4$	$3x - 8x = -4 - 5$ $-5x = -9$ $x = -9 \div -5$	$x = \frac{9}{5}$ **ou** $x = 1,8$	$3x + 5$ $= 3 \times \frac{9}{5} + 5$ $= \frac{27}{5} + 5$ $= \frac{27}{5} + \frac{25}{5}$ $= \frac{52}{5}$	$8x - 4$ $= 8 \times \frac{9}{5} - 4$ $= \frac{72}{5} - 4$ $= \frac{72}{5} - \frac{20}{5}$ $= \frac{52}{5}$

Exemple 6 :

Résoudre l'équation suivante : $3(2x+1) = 8x-7$

Dans le cas présent, il faut développer l'expression donnée pour résoudre cette équation.

$$6x + 3 = 8x - 7$$

Appliquons la propriété n°1, vue précédemment en regroupant les termes en « x » d'un côté du signe « = » et les nombres de l'autre côté.

$$6x - 8x = -7 - 3$$

D'où : $-2x = -10$

Appliquons la propriété n°2, vue précédemment : $x = \dfrac{-10}{-2}$

D'où : $x = \mathbf{5}$

Vérification :

$3(2x+1)$	$8x-7$
$= 3(2 \times 5 + 1)$	$= 8 \times 5 - 7$
$= 3(10+1)$	$= 40 - 7$
$= 3 \times 11$	$= \mathbf{33}$
$= \mathbf{33}$	

L'équation « $3(2x+1) = 8x-7$ » **est vérifiée,** on peut donc écrire :

L'équation $3(2x+1) = 8x-7$ admet pour **solution** $x = \mathbf{5}$

Exemple 7 :

Résoudre l'équation suivante :

$$9x + 9(3-2x) = 12(3-x)$$
$$9x + 27 - 18x = 36 - 12x$$
$$9x - 18x + 12x = 36 - 27$$
$$3x = 9$$
$$x = \frac{9}{3}$$
$$x = \mathbf{3}$$

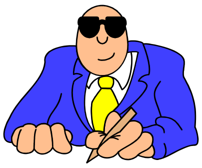
Vérification :

$9x + 9(3-2x)$	$12(3-x)$
$= 9 \times \mathbf{3} + 9(3 - 2 \times \mathbf{3})$	$= 12(3 - \mathbf{3})$
$= 27 + 9(3-6)$	$= 12(0)$
$= 27 + 9(-3)$	$= 12 \times 0$
$= 27 - 27$	$= \mathbf{0}$
$= \mathbf{0}$	

L'équation « $9x + 9(3-2x) = 12(3-x)$ » **est vérifiée,** on peut donc écrire :

L'équation $9x + 9(3-2x) = 12(3-x)$ admet pour **solution** $x = \mathbf{3}$

Maintenant à vous !



EXERCICE

Résoudre les équations suivantes :

1) $3(x - 2) = 21$

2) $6(x + 1) - 2(-4x + 2) = 12 - 2(x + 5)$

3) $9x - 3(4 - 3x) = 3 - \big(35 - 3(4 - 2x)\big)$

4) $x - 5(3 - 2x) = 4 - (2x - 7)$

5) $9 - 3(6 - 4x) + 2x = 3x - 3(-4 - x) - 1$

6) $2(5x - 1) - 3(2x + 1) = 27$

Voir réponses pages 21 et 22

RÉPONSES

1)

$3\,(x - 2) = 21$ ou $(x - 2) = 21 \div 3$

$3x - 6 = 21$ | $(x - 2) = 7$

$3x = 21 + 6$ | $x - 2 = 7$

$3x = 27$ | $x = 7 + 2$

$x = 27 \div 3$

Solution

$x = 9$

Vérification

$3\,(x - 2) = ?$

$3\,(9 - 2) = ?$

$3 \times 7 = \mathbf{21}$

2)

$6\,(x + 1) - 2\,(-4x + 2) = 12 - 2\,(x + 5)$

$6x + 6 + 8x - 4 = 12 - 2x - 10$

$6x + 8x + 2x = 12 - 10 - 6 + 4$

$16x = 0$

$x = 0 \div 16$

Solution

$x = 0$

Vérification

$6\,(x + 1) - 2\,(-4x + 2)$	$12 - 2\,(x + 5)$
$= 6\,(0 + 1) - 2\,(-4 \times 0 + 2)$	$= 12 - 2\,(0 + 5)$
$= 6 \times 1 - 2 \times 2$	$= 12 - 2 \times 5$
$= 6 - 4$	$= 12 - 10$
$= \mathbf{2}$	$= \mathbf{2}$

3)

$9x - 3\,(4 - 3x) = 3 - \big(35 - 3\,(4 - 2x)\big)$

$9x - 12 + 9x = 3 - (35 - 12 + 6x)$

$9x - 12 + 9x = 3 - 35 + 12 - 6x$

$9x + 9x + 6x = 3 - 35 + 12 + 12$

$24x = -8$

$x = -8 \div 24$

Solution

$x = \dfrac{-8}{24}$

$x = \dfrac{-1}{3}$

ou

$x \simeq -0{,}33$

Vérification

A VOUS ! ! !

4)

$x - 5\,(3 - 2x) = 4 - (2x - 7)$

$x - 15 + 10x = 4 - 2x + 7$

$x + 10x + 2x = 4 + 7 + 15$

$13x = 26$

$x = 26 \div 13$

Solution

$x = 2$

Vérification

$x - 5\,(3 - 2x)$	$4 - (2x - 7)$
$= 2 - 5\,(3 - 2 \times 2)$	$= 4 - (2 \times 2 - 7)$
$= 2 - 5\,(3 - 4)$	$= 4 - (4 - 7)$
$= 2 - 5\,(-1)$	$= 4 - (-3)$
$= 2 + 5$	$= 4 + 3$
$= \mathbf{7}$	$= \mathbf{7}$

5)

$9 - 3(6 - 4x) + 2x = 3x - 3(-4 - x) - 1$

$9 - 18 + 12x + 2x = 3x + 12 + 3x - 1$

$12x + 2x - 3x - 3x = 12 - 1 - 9 + 18$

$8x = 20$

$x = 20 \div 8$

Solution

$x = \dfrac{20}{8}$

$x = \dfrac{5}{2}$

ou

$x = 2{,}5$

Vérification

$9 - 3(6 - 4x) + 2x$

$= 9 - 3\left(6 - 4 \times \dfrac{5}{2}\right) + 2 \times \dfrac{5}{2}$

$= 9 - 3(6 - 10) + 5$

$= 9 - 3(-4) + 5$

$= 9 + 12 + 5$

$= \mathbf{26}$

$3x - 3(-4 - x) - 1$

$= 3 \times \dfrac{5}{2} - 3\left(-4 - \dfrac{5}{2}\right) - 1$

$= \dfrac{15}{2} - 3\left(-\dfrac{8}{2} - \dfrac{5}{2}\right) - 1$

$= \dfrac{15}{2} - 3 \times \dfrac{-13}{2} - 1$

$= \dfrac{15}{2} + \dfrac{39}{2} - 1$

$= \dfrac{54}{2} - 1$

$= 27 - 1$

$= \mathbf{26}$

---

6)

$2(5x - 1) - 3(2x + 1) = 27$

$10x - 2 - 6x - 3 = 27$

$10x - 6x = 27 + 2 + 3$

$4x = 32$

$x = 32 \div 4$

Solution

$x = 8$

Vérification

$2(5x - 1) \quad - 3(2x + 1)$

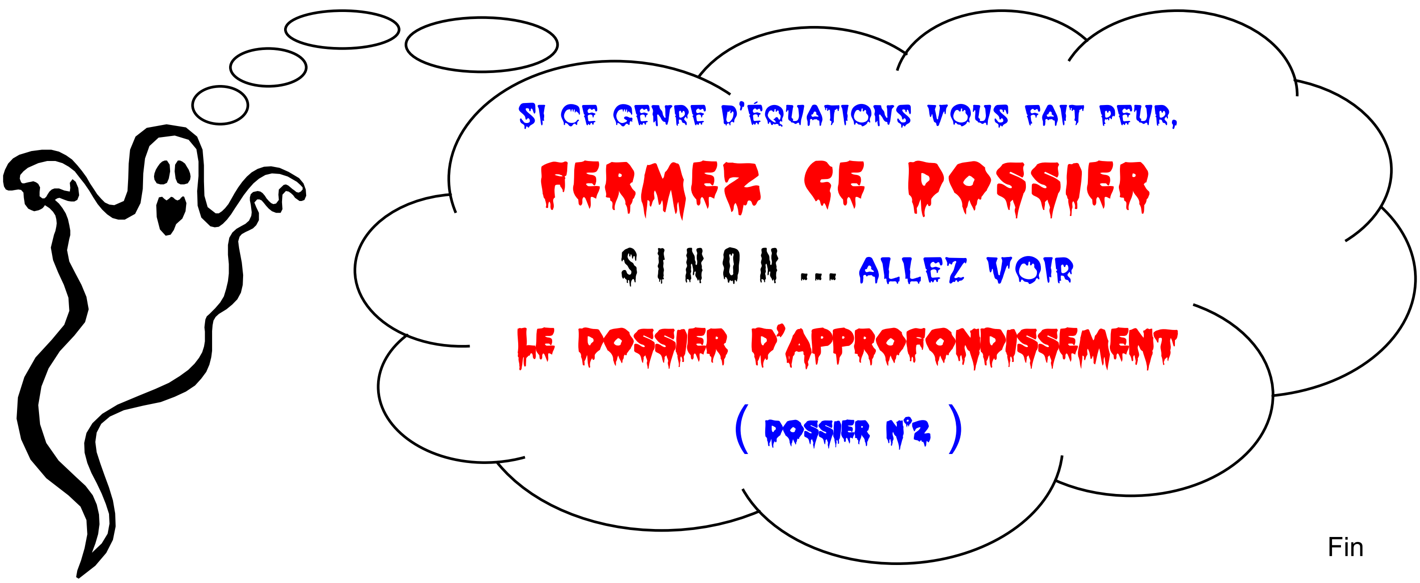
$= 2(5 \times 8 - 1) - 3(2 \times 8 + 1)$

$= 2(40 - 1) \quad - 3(16 + 1)$

$= 2(\quad 39 \quad) \quad - 3(\quad 17 \quad)$

$= \quad 78 \quad - \quad 51$

$= \quad \mathbf{27}$



Fin

Chapitre 2

Lois de Snell-Descartes

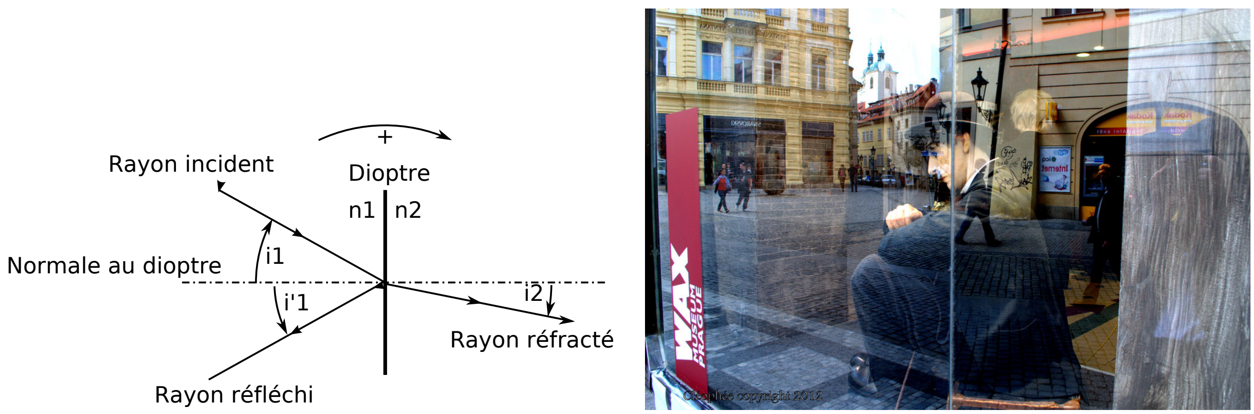


FIGURE .1 – Lumière incidente, réfléchie et réfractée

* L'expérience montre que si de la lumière arrive sur un dioptre (lumière **incidente**), alors une partie de la lumière est **réfléchie**, l'autre partie traverse le dioptre en étant déviée : on dit qu'elle est **réfractée**.

Sur la photo ci-dessus, identifier la lumière incidente, la lumière réfléchie et la lumière réfractée en précisant quel est le milieu d'incidence et dans quel sens va la lumière

* Le **plan d'incidence** est le plan qui contient le rayon incident et la droite **normale** au dioptre au **point d'incidence**.

Première loi de Snell-Descartes : les rayons réfléchi et réfracté sont dans le plan d'incidence.

I Réflexion

* Les angles sont orientés et repérés **à partir de la normale au dioptre**.

Donner le signe des angles d'incidence, de réflexion et de réfraction sur la figure .1

Seconde Loi de Snell-Descartes pour la réflexion : le rayon réfléchi est symétrique du rayon incident par rapport à la normale au dioptre :

$$i'_1 = -i_1$$

Un rayon incident arrive sur un miroir. Si l'on tourne le miroir d'un angle α, de quel angle tourne le rayon réfléchi ?

Les astronautes de la mission Apollo 11, les premiers à marcher sur la Lune en 1969, déposèrent un coin de cube dont les surfaces intérieures sont métallisées.Démontrer que tout faisceau incident se réfléchit dans la direction exactement opposée. On pourra utiliser le vecteur unitaire $\vec{u}(\alpha, \beta, \gamma)$ qui donne la direction du faisceau incident, en coordonnées cartésiennes, les miroirs étant confondus avec les plans (xOy), (yOz) et (xOz).

II Réfraction

II.1 Angle de réfraction

Seconde Loi de Snell-Descartes pour la réfraction : à la traversée du dioptre, la lumière est réfractée avec un angle i_2 tel que

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$$

Calculer l'angle de réfraction si le milieu d'incidence est l'air , le milieu de réfraction l'eau et que l'angle d'incidence est de 60 degrés

* Si l'incidence est normale, la lumière n'est pas déviée. *Démontrez-le.*
* Le rayon traverse toujours la normale au dioptre.*Démontrez-le.*
* Si $n_2 > n_1$, le rayon se rapproche de la normale en traversant le dioptre. Si $n_2 < n_1$ le rayon s'éloigne de la normale en traversant le dioptre.*Démontrez-le.*

Trouver une loi de la réfraction simplifié si l'angle d'incidence est petit

II.2 Application au prisme

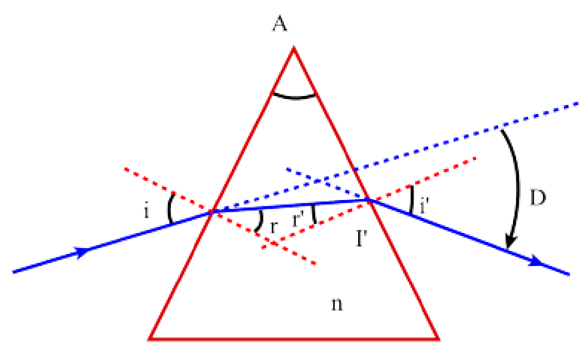


Figure II.1: Prisme

Un prisme d'angle A et d'indice n est éclairé sous une incidence i_1.

1. *Ecrire la relation entre i et r, et entre i' et r'.*
2. *Trouver une relation entre A , r , et r' .*
3. *Exprimer la déviation totale D en fonction de i, i' et A.*
4. *On démontre que cette déviation est minimale lorsque $i = i'$ et $r = r'$. Déterminer la déviation minimale D_m en fonction de n et A.*
5. *Application numérique: calculer l'angle de déviation minimal pour un prisme en verre d'angle au sommet 60 degrés. Pour quelle valeur d'angle d'incidence a-t-on cette déviation minimale ?*

* C'est ce qui explique certains halos atmosphériques (figure II.2): des cristaux de glace situés dans la haute atmosphère ont des orientations aléatoires, mais la lumière est réfractée surtout dans la direction de D_m par rapport à la direction du soleil.

II.3 Application aux mirages

* Les mirages s'expliquent par des inhomogénéités de l'air situé près du sol (figure II.3). Si l'air près du sol est plus chaud que l'air situé à quelques mètres de hauteur, il est moins dense près du sol et donc son indice est plus faible. La lumière provenant d'un objet lointain (ou du ciel) est alors déviée, ce qui donne l'illusion qu'elle provient du sol: on a un mirage «inférieur» . Pour modéliser ceci, on imagine que le milieu est **stratifié**, c'est-à-dire qu'il est constitué de couches d'air homogènes empilées. La loi de la réfraction s'applique alors pour chaque dioptre, on a donc $n \sin(i) = \text{Cste}$.

Donner une explication pour la photo de la figure II.4.

Figure II.2: Halos atmosphériques

Figure II.3: Mirage inférieur

II.4 Milieux dispersifs

* Si l'on éclaire un dioptre en lumière blanche avec une incidence donnée, l'angle de réfraction dépendra de l'indice des deux milieux. Si par exemple le milieu de réfraction est dispersif, l'indice dépendra de la longueur d'onde donc l'angle de réfraction aussi. C'est ce qui explique la **dispersion** de la lumière blanche par un prisme.

Déterminer si l'indice du verre est une fonction croissante ou décroissante de la longueur d'onde en vous appuyant sur la partie gauche de la figure II.5

* L'arc-en-ciel fait intervenir un minimum de déviation comme les halos atmosphériques, mais il y a également dispersion de la lumière blanche du soleil par les gouttes d'eau de pluie (figure II.5)

Voir le devoir libre sur l'arc-en-ciel

III Réfraction limite et réflexion totale

III.1 Réfraction limite

Si le milieu d'incidence est le moins réfringent, l'angle de réfraction est nécessairement inférieur à une certaine valeur, qui correspond à une incidence rasante.

Démontrer cette propriété et exprimer l'angle de réfraction limite en fonction des indices des deux milieux

Proposer une explication pour la photo de la figure III.1.

Figure II.4: Mirage supérieur

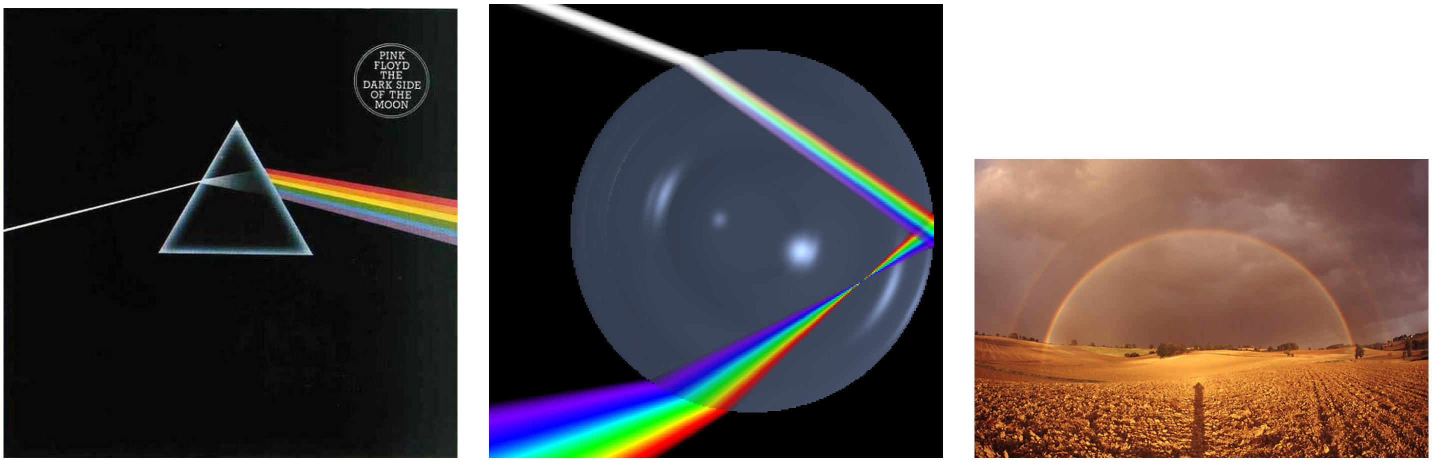


Figure II.5: Dispersion de la lumière

III.2 Réflexion totale

Calculer l'angle de réfraction pour un angle d'incidence de 60 degrés si le milieu d'incidence est du verre et le milieu de réfraction de l'air. Conclure

Si le milieu d'incidence est le plus réfringent, il existe un **angle d'incidence limite** au-delà duquel il n'y a plus de lumière réfractée : il y a **réflexion totale**.

Calculer l'angle d'incidence limite pour l'interface verre/air.
* Le prisme d'un appareil photo réflex utilise le phénomène de réflexion totale (figure III.2).
Montrer qu'un plongeur peut se cacher sous un bateau en étant certain de ne pas être vu depuis la surface.

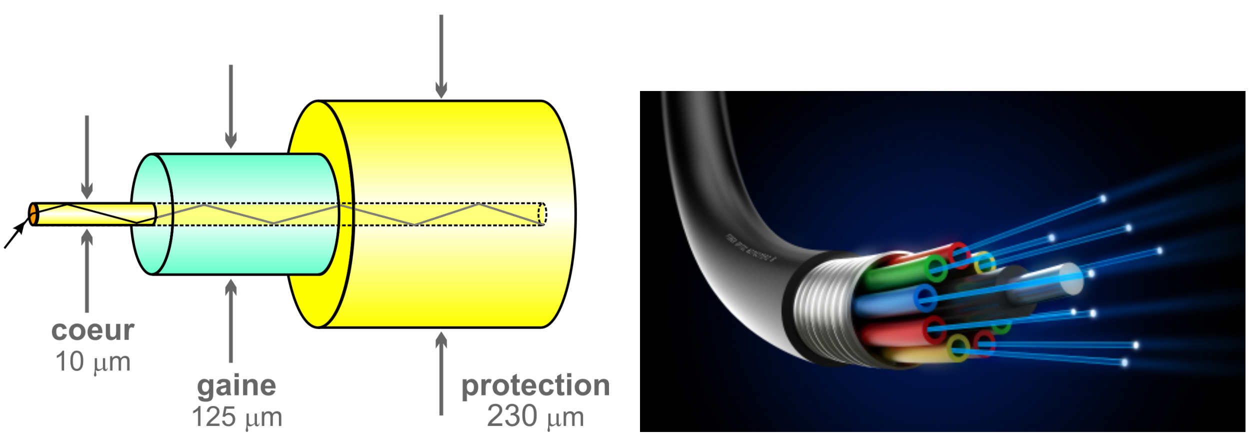


FIGURE III.3 – Fibre optique

Application à la fibre optique

FIGURE III.1 – Réfraction limite

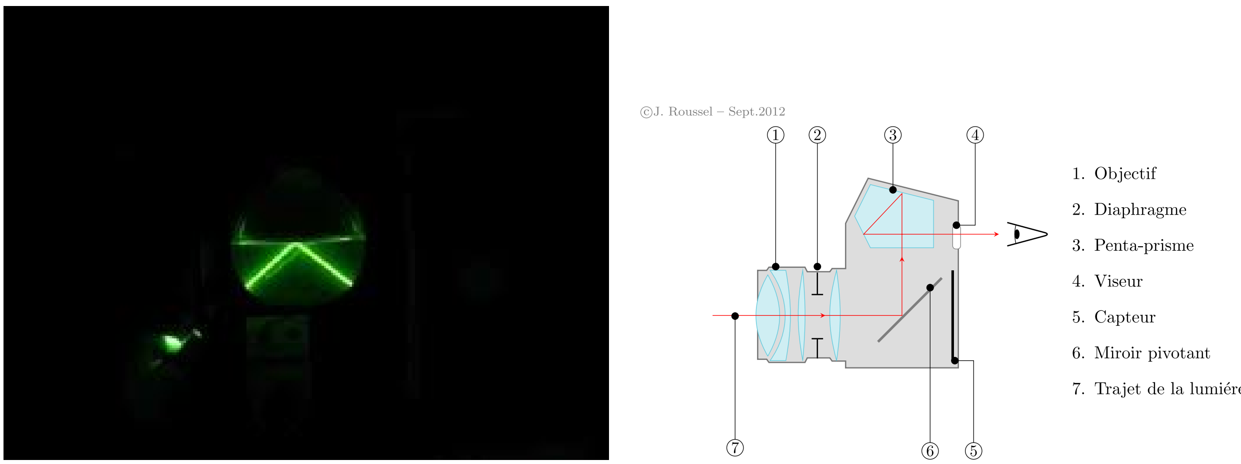


FIGURE III.2 – Réflexion totale

* Une fibre optique sert à transporter de l'information en guidant des impulsions lumineuses. Elle est constituée d'un **coeur** d'indice n_c et d'une **gaine** d'indice n_g (figure III.3). L'indice du coeur est supérieur à celui de la gaine. Pour que la lumière soit guidée dans le coeur de la fibre, il doit y avoir réflexion totale sur le dioptre coeur/gaine.
* Ceci est possible si l'angle d'incidence sur la face d'entrée, noté θ, est **inférieur** à une valeur limite θ_{lim} telle que :

$$\sin(\theta_{lim}) = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

Ce nombre est appelé « ouverture numérique » de la fibre. La lumière qui peut être guidée par la fibre doit donc provenir d'un cône appelé « cône d'acceptance » de la fibre.

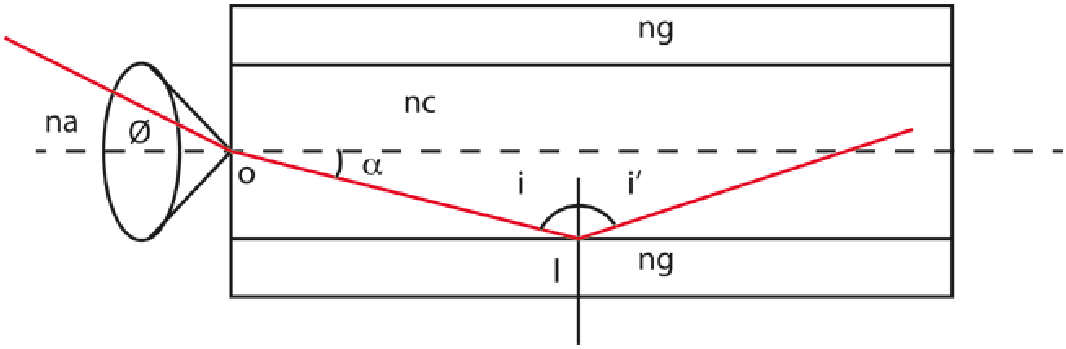


FIGURE III.4 – Calcul de l'ouverture numérique d'une fibre à saut d'indice

Démontrez l'expression de l'ouverture numérique en vous aidant de la figure III.4.

Lois de Descartes

* Valise optique
* Tube de verre coudé + laser (= fibre optique)
* Milieu stratifié + laser : mirage

<u>Domaines à travailler pour démarrer en ANALYSE DE LA VISION</u>

- **Mathématiques**
  - ✓ Formules de trigonométrie
  - ✓ Conversion Radian / Degrés / Minutes d'arc
  - ✓ Equation à 1 inconnue, isolement d'un terme et application des calculs

- **Physique**
  - ✓ Révision des 2 premières lois de Snell-Descartes (principe de réfraction de la lumière et $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$)
  - ✓ Indice de réfraction et calcul
  - ✓ Etude de la 3ème loi de Descartes avec chaine d'image

- **Biologie / SVT / Analyse de la vision**
  - ✓ Structures anatomiques de l'œil
  - ✓ Amétropies sphériques : myopie et hypermétropie
  - ✓ Mécanisme de l'accommodation

Amétropies sphériques

L'oeil, considéré comme normal, est voisin de l'emmétropie. Il peut voir net depuis l'infini jusqu'à son proximum dont la distance varie de quelques centimètres chez le sujet jeune à environ un mètre chez le sujet âgé.

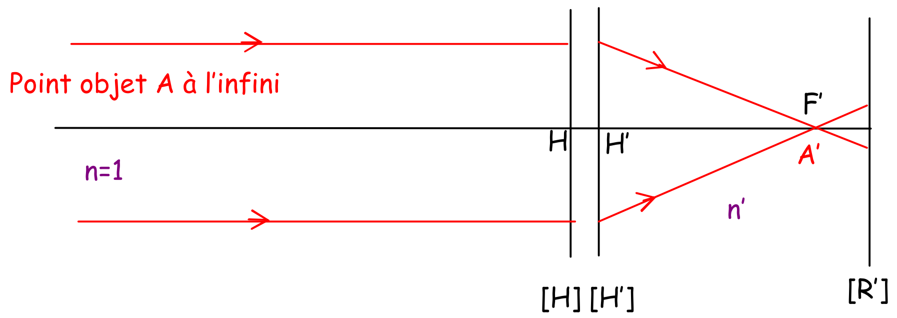
Malheureusement, un certain nombre d'yeux ne sont pas emmétropes: on les dit amétropes. Ces amétropies peuvent être classées en deux grandes catégories:

- Les amétropies sphériques: L'oeil peut être modélisé par un système centré et si le point objet se trouve dans le parcours d'accommodation, l'oeil en donnera une image nette. L'amétropie sera exprimée par la réfraction axiale principale: proximité du remotum.
  - **La myopie**: L'oeil est trop long pour sa vergence (ou trop puissant pour sa longueur).
  - **L'hypéropie**: L'oeil est trop court pour sa vergence (ou pas assez puissant pour sa longueur) .
- L'astigmatisme: L'oeil astigmate ne présente plus de symétrie sphérique. Quelle que soit la distance de l'objet et l'accommodation mise en jeu, le sujet ne pourra voir net. Nous traiterons l'œil astigmate dans le prochain chapitre.

  Remarque: La **presbytie** n'est pas une amétropie. Elle correspond à une évolution normale de l'oeil humain au cours du vieillissement.

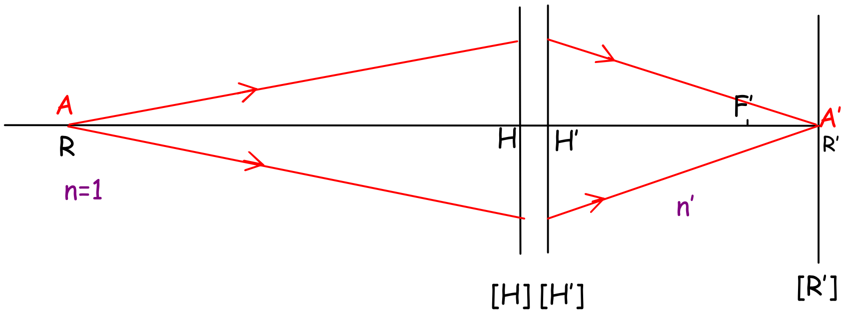
1 L'œil myope

Compte tenu de la définition, l'image d'un point objet à l'infini qui se forme au foyer image de l'œil sera en avant de la rétine.



L'image rétinienne du point A est donc un petit cercle sur la rétine (tache de diffusion de A), le point est donc vu flou. Si l'œil accommodait, sa vergence augmenterait, A' se rapprocherait de H' et la tache de diffusion serait plus grande. L'œil verrait encore plus flou.

Pour que l'image A' se forme sur la rétine, il faut que l'objet A se rapproche de H, l'œil restant désaccommodé. Lorsque A atteint une position telle que l'œil désaccommodé le voie net, il se trouve au remotum R de cet œil.



En appliquant la relation de conjugaison :

$$-\frac{1}{\overline{HA}}+\frac{n'}{\overline{H'A'}}=D_0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{\overline{HR}}=\frac{n'}{\overline{H'R'}}-D_0=R$$

R est la réfraction axiale principale de l'œil, elle traduit son « défaut » car pour un œil emmétrope on avait : $\frac{n'}{\overline{H'R'}}=D_0$. La compensation de cet œil sera liée à ce défaut.

Un sujet jeune a un œil myope de 5 dioptries. Son amplitude maximale d'accommodation A_{max} est égale à 11 dioptries. Déterminons son parcours d'accommodation :

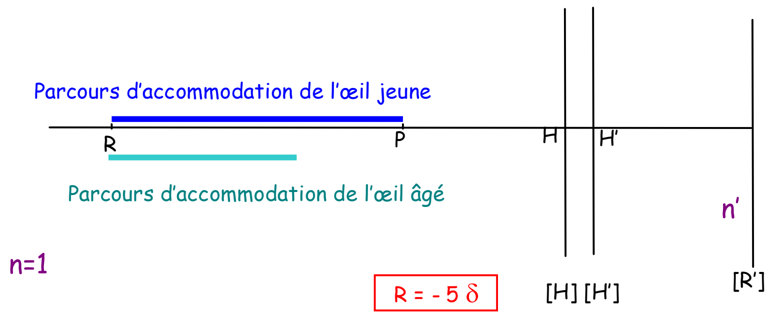
Sa réfraction axiale est R = - 5 δ.

Position de son remotum: $\overline{HR}=\frac{1}{-5}=0{,}20\ m$

Position de son proximum :

$$\frac{n'}{\overline{H'R'}}-\frac{1}{\overline{HP}}=D_0+A_{\max} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{\overline{HP}}=\frac{n'}{\overline{H'R'}}-D_0-A_{\max}=R-A_{\max}=-16\ \delta \qquad \overline{HP}=-6{,}25\ cm$$

Le parcours d'accommodation de cet œil :



Lorsque le sujet atteindra la cinquantaine, son amplitude d'accommodation ne sera plus que de 2 δ. Regardons comment évoluera son parcours d'accommodation.

La position de son remotum n'a pas varié puisque l'œil est toujours myope de 5 δ.

En reprenant le calcul de la position du proximum on trouve : $\overline{HP}=\frac{1}{-5-2}=0{,}143\ m$

Le parcours est représenté sur le schéma précédent.

La myopie : une amétropie qui recouvre des problèmes de vie différents

- Si on considère les myopes faibles (myopie inférieure à 2,5 dioptrie), l'œil a une acuité de loin d'au moins 1/10. Elle voit flou au loin mais n'est vraiment gênée que pour des activités nécessitant une bonne acuité visuelle (conduite automobile).
- Si au contraire, on se trouve en présence d'un myope fort (de l'ordre de 10 dioptries), ce sujet a une acuité inférieure à 1/10 à 15 cm devant lui ; il ne distingue plus que des masses sombres ou claires

aux environs de 2m. Trouver un ustensile dans la cuisine ou aller nager dans la piscine sans lunettes lui est impossible.

- Ne parlons pas des myopes très forts 15 ou 20 dioptries, si vous leur déplacez leurs lunettes qu'ils ont posées sur leur table de nuit d'un seul mètre, au matin ils auront beaucoup de mal à les retrouver.

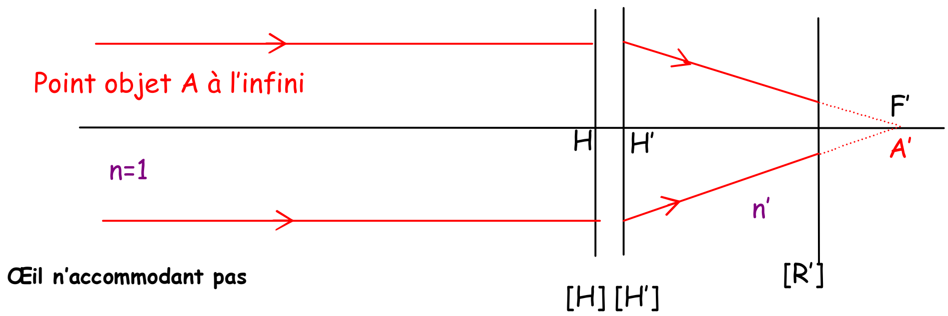
Donc quand vous parlerez des myopes, il faudra toujours prendre en compte le degré de la myopie.

Lors de l'examen de vue :

- Un myope aura une vision de loin de mauvaise qualité et une bonne vision de près.
- Si son acuité de loin V_L est supérieure à 1/10, sa réfraction sera égale à $R = \dfrac{1}{4 \times V_L}$ (règle de Swaine)
- pour un myope fort (qui n'a pas 1/10 en vision brute de loin), on fait une prise de remotum pour déterminer la réfraction de l'œil. On place le Parinaud à 50 cm de l'œil et on demande au sujet de le rapprocher doucement jusqu'au moment où il pourra le lire le P2. On mesure alors la distance et on en déduit une estimation de la réfraction de l'œil.

2 L'œil hypérope (hypermétrope)

Compte tenu de la définition, l'image d'un point objet à l'infini se formerait en arrière de la rétine au foyer image de l'œil.



L'image rétinienne du point A est donc un petit cercle sur la rétine (tache de diffusion de A), le point est donc vu flou. Pour voir net le point A l'œil hypérope va accommoder.

La réfraction de cet œil définie comme pour l'œil myope va donc être positive. Il doit accommoder d'une valeur A égale à cette réfraction pour voir net à l'infini.

Un sujet jeune a un œil hypérope de 5 dioptries. Son amplitude maximale d'accommodation A_{max} est égale à 11 dioptries. Déterminons son parcours d'accommodation :

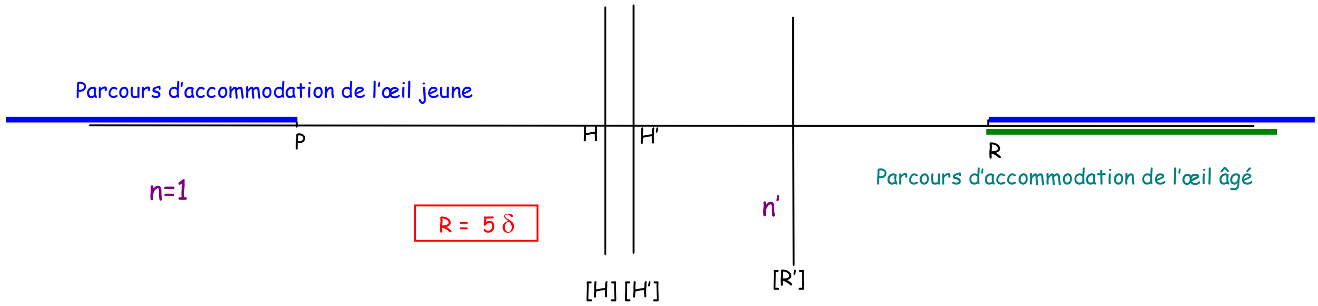
Sa réfraction axiale est R = 5 δ. Position de son remotum : $\overline{HR} = \dfrac{1}{5} = 0{,}20\ m$. Il est situé dans l'espace image, il est donc virtuel.

Position du proximum :

$$\frac{n'}{\overline{H'R'}} - \frac{1}{\overline{HP}} = D_0 + A_{\max} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\overline{HP}} = \frac{n'}{\overline{H'R'}} - D_0 - A_{\max} = R - A_{\max} = -6\ \delta \qquad \overline{HP} = -16{,}7\ \ cm$$

Il est réel car situé dans l'espace objet.

Le parcours d'accommodation de cet œil :



Il comporte une partie virtuelle et une partie réelle.

Lorsque le sujet atteindra la cinquantaine, son amplitude d'accommodation ne sera plus que de 2 δ. Regardons comment évoluera son parcours d'accommodation.

La position de son remotum n'a pas varié puisque l'œil est toujours hypérope de 5 δ.

En reprenant le calcul de la position du proximum on trouve : $\overline{HP} = \dfrac{1}{+5-2} = +0{,}33\,m$, il est également virtuel.

Le parcours est représenté sur le schéma précédent. Le sujet ne pourra voir aucun point de l'espace réel net.

Lors de l'examen de vue :

- Un hypérope jeune aura une bonne vision de loin et une bonne vision de près, il accommode au loin pour voir net. (Les hypéropies dépassant 5 δ sont rares)
- L'âge augmentant, un hypérope se plaindra plus vite qu'un emmétrope de sa vision de près.

Là encore, il faudra toujours prendre en compte le degré d'hypéropie. En moyenne statistique, l'œil jeune est légèrement hypérope (on parle de l'hypéropie physiologique 0,5 à 0,75 δ). Cette hypéropie ne pose aucun problème au sujet et il n'est pas question de vouloir la corriger.

ANATOMIE DE L'OEIL (1)

L'oeil est une merveille de la nature, un des organes les plus perfectionnés de notre corps. Miroir de nos émotions et de nos pensées secrètes, l'oeil est une caméra réflexe très perfectionnée composée de 13 éléments.

La cornée est une membrane transparente qui nous permet de voir l'iris, le diaphragme coloré. La pupille est un diaphragme qui laisse passer la lumière, elle peut ne mesurer que 1 à 2 mm de diamètre en lumière intense pour atteindre 8 mm dans l'obscurité.

l'oeil est tapissé de 3 feuillets :

- la sclérotique : c'est le blanc de l'oeil, elle est entourée d'une membrane très fine et transparente, appelée conjonctive,

- la choroïde : couche pleine de pigments qui constitue une chambre noire ; elle est très vascularisée,

- la rétine : tissu très important et très fragile, c'est un tissu sensoriel transformant le flux lumineux en influx nerveux.

Derrière l'iris se trouve le cristallin. Il est entouré par les corps cilaires auxquels il est maintenu par la zonule de Zinn. Le cristallin est transparent et peut perdre sa transparence, avec l'âge entre autre.

Entre le cristallin et le fond de l'oeil, on trouve le corps vitré qui est une masse gélatineuse blanche transparente qui maintient la forme de l'oeil.

A l'avant de l'oeil on délimite 2 zones :

- la chambre antérieure entre la cornée et l'iris. Elle est remplie par l'humeur aqueuse.

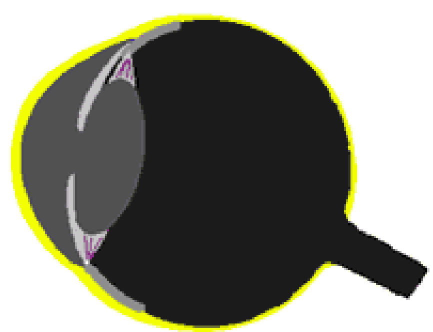
- la chambre postérieure entre l'iris et le cristallin.

Les paupières répartissent les larmes par leur clignement.

Enfin, le nerf optique fonctionne comme une courroie de transmission en direction du cerveau.

l'oeil est une sphère d'environ 25 mm de diamètre. C'est un organe mobile contenu dans une cavité appelée globe oculaire, qui lui empêche tout mouvement de translation (avant-arrière), mais qui lui permet la rotation grâce à des muscles permettant d'orienter le regard dans une infinité de directions. C'est ce qu'on appelle le champ visuel, qui peut atteindre 200°. La puissance de l'oeil est égale à 59 dioptries.

La cornée



- Ensemble transparent
- Objectif de l'oeil

La cornée : c'est le prolongement plus bombé de la sclérotique. La frontière sclérotique-cornée s'appelle le limbe.

La cornée est très innervée donc très sensible. Elle est transparente et doit le rester pour assurer une bonne vision.

Les chiffres :

- son rayon de courbure avant est de 7,8 mm. Le rayon de courbure de la face arrière est de 6,8 mm,

- elle a une épaisseur variable : plus mince au centre : 0,45 mm,

- son indice de réfraction est n=1,377,

- sa puissance est de 42 dioptries.

Structure :

5 couches différentes :

- épithélium cornéen : 32 microns d'épaisseur, cellules de type pavimenteux se renouvelant rapidement. La qualité de la réflexion qui donne l'éclat au regard est liée à la régularité de la surface épithéliale, et à l'intégrité du film de larmes.

- membrane de Bowman : couche de transition de 12 microns d'épaisseur, de nature conjonctive.

- stroma : très épais (400 microns), il représente 90% de l'épaisseur totale de la cornée. Son tissu conjonctif très spécifique comprend les éléments habituels du tissu conjonctif. Il contient de l'eau, des substances organiques, du collagène... Tous ces éléments sont présents dans des règles quantitatives et qualitatives très particulières assurant la transparence de la cornée. Il peut perdre sa transparence suite à un traumatisme, si il contient trop d'eau...

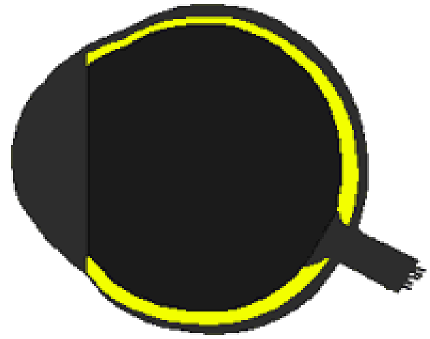
- membrane de Descemet : 6 microns d'épaisseur.

- endothélium : 6 microns d'épaisseur, membrane interne, fragile, très fine. La qualité et la quantité de ces cellules varient avec l'âge : après 65 ans beaucoup d'altérations.

Nutrition : par les larmes essentiellement qui amènent l'oxygène, un peu par l'humeur aqueuse et les vaisseaux sanguins au niveau du limbe.

Si l'oxygénation de la cornée ne se fait plus ou se fait mal, exemple de lentille de contact trop serrée, alors des vaisseaux sanguins se forment et pénètrent dans la cornée pour amener l'oxygène nécessaire. Il en résulte une gène visuelle due à ces vaisseaux qui forment une image constante dans le champ visuel.

La choroïde

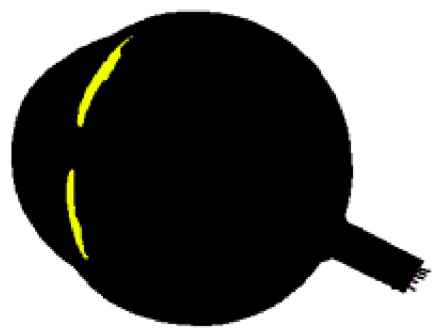


- Couche pigmentée
- Forme la chambre noire

La choroïde est une couche richement vascularisée qui assure la nutrition de l'iris et de la rétine. Elle est située entre la sclérotique et la rétine.

Elle contient de nombreux pigments colorés et forme donc un écran. Elle maintient l'intérieur de l'oeil en chambre noire.

L'iris



- Donne la couleur à l'oeil
- Règle la dilatation de la pupille

C'est un diaphragme circulaire se réglant automatiquement suivant la quantité de lumière reçue.

Quand le diamètre est petit, la profondeur de champ augmente, et il y a moins d'aberrations : les rayons qui sont en trop sont éliminés par le diaphragme et l'image qui se forme sur la rétine est nette.

La nuit, il n'y a pas beaucoup de lumière, la pupille se dilate, l'image qui se forme sur la rétine n'est plus nette : c'est la myopie nocturne.

L'iris est responsable de la couleur de l'oeil. La couleur de l'oeil dépend de l'épaisseur de l'éventail formé par les lamelles pigmentaires et de sa concentration en mélanine. Plus, l'éventail est épais et contient de mélanine, plus l'oeil est foncé.

La nutrition de l'iris est assurée par l'humeur aqueuse dans laquelle elle baigne, et par quelques petites artérioles.

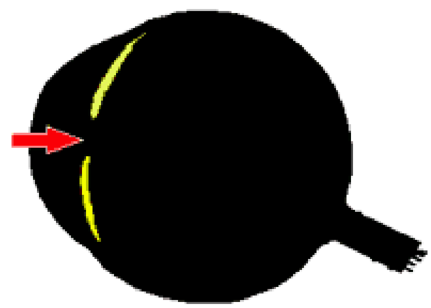
Les muscles qui sont responsables de la variation de diamètre de l'iris sont :

- le dilatateur : contracte l'iris, c'est-à-dire dilate la pupille,

- le sphincter : diminue le diamètre de la pupille.

La pupille

- Trou circulaire au milieu de l'iris
- Diaphragme de l'oeil
- Taille variable en fonction de la lumière



Son diamètre en lumière normale est de 3 à 6 mm. L'augmentation du diamètre de la pupille s'appelle : mydriase, et la diminution de ce diamètre s'appelle : myosis.

Il y a :

mydriase bilatérale quand :

- excitation d'un nerf sensitif (ouïe, vue, odorat)

- dans l'obscurité

- lors de coma ou de mort

- chez les diabétiques, les épileptiques

- chez les usagers de cocaïne.

mydriase unilatérale quand :

- glaucome ou décollement de la rétine.

myosis bilatéral quand :

- beaucoup de lumière

- clignement de l'oeil

- passage de la vision de loin à la vision de près

- chez les usagers de dérivés morphiniques (haschich).

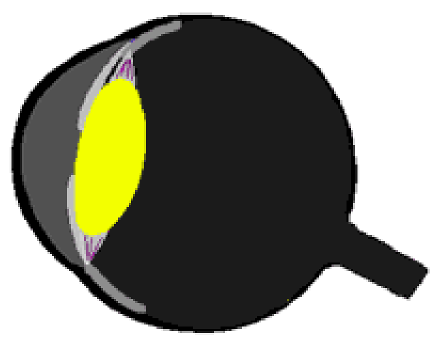
myosis unilatéral quand :

- présence d'un corps étranger dans l'oeil (poussière...)

- kératite (inflammation de la cornée)

- paralysie des voies optiques.

Le Cristallin



- Lentille transparente
- Objectif de l'oeil

Le crisallin : c'est une lentille transparente biconvexe. Il est vascularisé.
Sa courburte peut varier,
d'où variation de sa puissance. C'est l'accommodation.
Le cristallin se bombe, il augmente sa puissance.

Avec l'âge, il y a perte de l'élasticité du cristallin. C'est la presbytie.
Si il s'opacifie, il y a cataracte.
Le cristallin est enveloppé par une capsule. Sur cette capsule sont fixé les fibres de la zonule de Zinn.

Les chiffres :

- son indice n = 1,42
- sa puissance est de 16 dioptries.

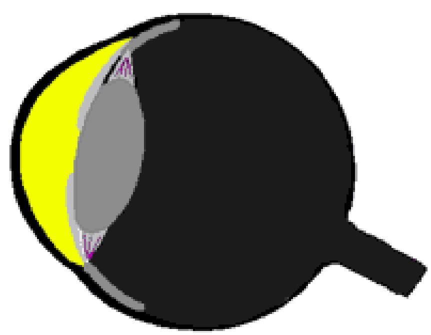
Le métabolisme : il est assuré par l'humeur aqueuse.

Le jaunissement du cristallin, ou perte de transparence avec le temps provoque une opacification. C'est la cataracte.

La cataracte peut avoir des causes non naturelles : drogue, alcool, rayons X, U.V., traumatisme, suite d'un décollement de rétine, congénitale.

Les U.V.B, U.V.A comme les infrarouge provoquent une cataracte. Lorsque l'on a une cataracte, toutes les longueurs du visible ne sont pas vues : le bleu est très mal vu.

L'humeur Aqueuse



- Liquide transparent constamment renouvelé
- Maintient la pression intra-oculaire

Elle est produite par les procès cilaires. Elle passe de la chambre postérieure vers la chambre antérieure à travers la pupille. Dans la chambre antérieure, elle est éliminée au niveau du trabéculum (dans l'angle irido-cornéen) ou elle passe dans le canal de Schlemm.

Le trabéculum est une sorte de filtre. Si le trabéculum se bouche (débris d'iris, excès de protéines), on a alors augmentation de la pression d'où glaucome.

L'humeur aqueuse est composée essentiellement d'eau, mais aussi de vitamine C, de glucose, d'acide lactique, de protéines. Elle se renouvelle en 2-3 heures.

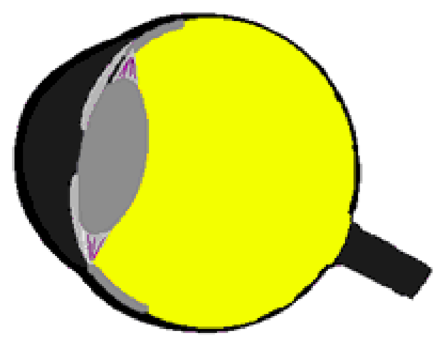
Son rôle est surtout nourricier (endothélium cornéen et iris), réparateur, régulateur de la pression intra-oculaire, ainsi que du maintien de la forme de l'oeil.

La pression normale de l'oeil pour des sujets de moins de 40 ans est de 13-19 mm. Chez les sujets de plus de 40 ans, elle est de 16-23 mm.

- Lors de glaucome, la pression augmente. On a dégénérescence des tissus rétiniens, et atrophie du nerf optique. Le glaucome est l'une des premières causes de cécité en France, au même titre que le diabète non contrôlé.

- Lors de diminution de la pression oculaire (hypotonie), on a oedème d'où cornée trouble, et soulèvement de la choroïde.

Le corps vitré



- Masse gélatineuse claire
- Capale d'amortir les chocs
- 90% du volume de l'oeil

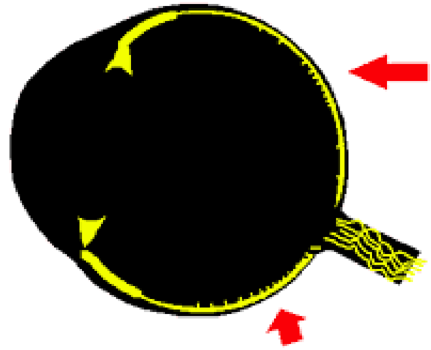
C'est un tissu conjonctif transparent. Il est entouré par une membrane appelée membrane hyaloidienne.

C'est un matériau de remplissage. Il représente les 4/5 du volume de l'oeil, et est le premier constituant de l'oeil.

Son rôle est de maintenir la rigidité du globe oculaire, et de maintenir la rétine en place bien collée contre le fond du globe oculaire.

Sa structure le fait intervenir dans le maintien de la pression intra-oculaire et lui permet d'absorber les pressions auxquels il est soumis sans altérer la fonction de l'oeil. Il est formé de 95% d'eau.

La rétine



- Membrane nerveuse hypersensible
- Tapisse le fond de l'oeil
- C'est la pellicule
- Est formée de 10 couches de cellules

C'est un tissu sensible et fragile. C'est la membrane la plus interne. Elle a comme épaisseur 1/10 à 4/10 de mm. Elle est très vascularisée : important réseau de veines et artères.

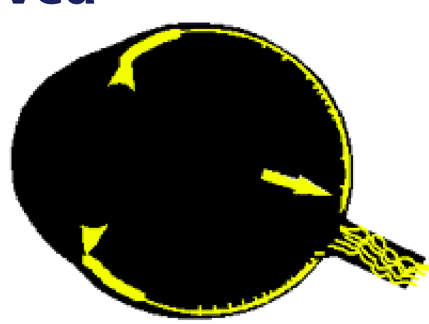
La rétine est une plaque hypersensible. Elle est parcourue de très nombreux petits vaisseaux. Elle est composée de centaines de millions de cellules nerveuses : les cônes et les bâtonnets. Le rôle de ces cellules est capital. Elles permettent de voir les détails, les lumières, les couleurs, les formes et les mouvements.

La lumière qui pénètre dans l'oeil doit traverser la rétine pour atteindre la couche sensible des cônes et des bâtonnets.

Les cônes et les bâtonnets sont les cellules photoréceptrices. Ce sont ces cellules qui captent l'influx nerveux et le transmettent au cerveau pour le décoder et former une image.

On a beaucoup plus de bâtonnets (130 millions) que de cônes (6-7 millions). Le diamètre des cônes est beaucoup plus petit que celui des bâtonnets. Plus on s'éloigne de la partie centrale, plus les cônes se font rares et leur diamètre augmente.

La macula et la fovéa



- Dépression située sur l'axe optique

- Concentration de cônes

- Permet la vision des détails en éclairage diurne

Dans la zone elliptique centrale se trouve le maximum de cônes. Cette zone permet donc une vision très précise. Cette zone mesure 3 mm dans le grand axe et 2 mm dans le petit axe. Elle s'appelle la macula. La macula, tâche jaune, apparaît située au centre du pôle postérieur comme une fine excavation.

La fovéa est une région de la rétine située dans la macula, près de l'axe optique de l'oeil. Cette région est de la plus haute importance pour la vision. C'est elle qui donne la vision la plus précise, en éclairage diurne, c'est-à-dire pendant la journée. Quand nous fixons un objet, nous tournons les yeux de façon à aligner l'image sur cette partie de la rétine.

La fovéa est la partie centrale de la macula. Elle mesure 1300 à 1500 microns. Elle contient 400 000 cônes.

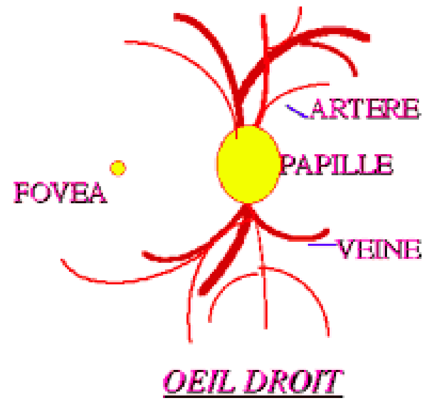
Dans une vision encore plus centrale on trouve la fovéola. Elle mesure 300 à 400 microns de diamètre et contient 25 000 cônes.

Plus au centre on trouve une zone ponctuelle qui s'appelle le bouquet de cônes centraux. Il mesure 100 microns et contient 2500 cônes.

Les cônes ont besoin de plus de lumière que les bâtonnets pour être excités. Les cônes réagiront plus en éclairage diurne que en éclairage nocturne. Les bâtonnets ont besoin de beaucoup moins de lumière pour réagir, ils assurent la vision nocturne.

Il existe 3 sortes de cônes qui réagissent à des longueurs d'onde différentes : bleu, vert, rouge. Les cônes sont donc responsables de la vision des couleurs. Les bâtonnets ne participent pas à la vision des couleurs. La nuit seuls les bâtonnets fonctionnent, c'est pour cette raison que la nuit tous les chats sont gris !

Le fond d'oeil



L'observation des veines et des artères permet de déceler certains problèmes tel que l'hypertension artérielle, le diabète...

La rétine peut être divisée en 4 cadrans :

- temporal supérieur

- nasal supérieur

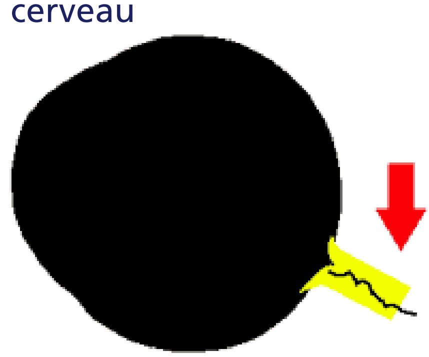
- nasal inférieur

- temporal inférieur

cela permet de localiser les problèmes d'un oeil

Le nerf optique

Transmet les informations au cerveau



Toutes les fibres optiques issues des cellules visuelles convergent vers un point précis de la rétine : la papille. Ce point ne contient donc pas de cellules visuelles mais seulement les fibres nerveuses. La papille est donc un point de l'oeil qui ne voit pas. On l'appelle aussi la tache aveugle. En ce point débouche aussi le réseau veineux et artériel de la rétine.

Les fibres optiques se rejoignent toutes là pour former un câble appelé le nerf optique. Il mesure 4 mm de diamètre et 5 cm de long.

Il y a un nerf optique par oeil, donc 2 nerfs optiques en tout. Ces 2 nerfs se croisent dans une zone appelée chiasma optique. A cet endroit s'entrecroise une partie seulement des fibres : les fibres provenant de la rétine nasale.